Resumen de propuesta de TFG (2026-2027)

Director: Prof. Román Smirnov Rueda

Departamento: Análisis Matemático y Matemática Aplicada

Tema genérico: Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales

Requisitos: cursar una de las asignaturas de las EDP

Titulación (grado en Matemática, Ingeniería Matemática, Doble grado en MF)

Plazas: 1

Título provisional**: El método de la función de Green modificada de Hilbert para el análisis del fenómeno de resonancia en la ecuación de ondas clásica forzada**

El principal objetivo de este trabajo es el estudio analítico del fenómeno de resonancia en la ecuación de ondas clásica forzada en una y más dimensiones, fundamentado en la resolución de problemas de contorno no homogéneos mediante el uso de *la función de Green modificada (o generalizada)* introducida por David Hilbert.

En este respecto, se pretende desarrollar inicialmente una descripción rigurosa de los conceptos esenciales de la teoría de operadores lineales, *la Alternativa de Fredholm* en espacios de Hilbert y la teoría de distribuciones (funciones generalizadas). Sobre esta base algebraica y analítica, se justificará matemáticamente por qué la función de Green clásica no existe cuando la frecuencia de excitación externa coincide con un autovalor del sistema (condición de resonancia), y cómo el formalismo de la función de Green modificada permite sortear la singularidad proyectando el problema sobre el complemento ortogonal del núcleo del operador.

Posteriormente, el trabajo se centrará en la aplicación constructiva de esta técnica. Se analizará de forma exhaustiva la ecuación de ondas clásica en régimen estacionario (ecuación de Helmholtz). Finalmente, se conectará este enfoque elíptico/espectral con los métodos hiperbólicos puros descritos en la literatura clásica de Courant-Hilbert, analizando cómo influye la dimensión espacial en la propagación y acumulación de la energía resonante.

Bibliografía:

1. R. Courant, D. Hilbert, " Methods of Mathematical Physics ", Wiley, Interscience Publishers, 1953 (Vol. I) / 1962 (Vol. II) [reimpreso en Wiley Classics Library, 1989].

2. L.C. Evans, "Partial Differential Equations", American Mathematical Society (AMS), Graduate Series in Mathematics, Vol. 19, 2ª edición, 2010.

3. I. Stakgold y M. J. Holst, "Green's Functions and Boundary Value Problems", Wiley, Pure and Applied Mathematics: A Wiley-Interscience Series of Texts, Monographs and Tracts, 3ª edición, 2011.